

杭設計計算

－ 曲げ抑え杭の設計計算－

地区名	五大地区
測線名	NO.2測線
備 考	抑え杭検討

計 算 条 件			杭頭：x=0		
項 目			記 号	単 位	数 値
杭	鋼 材 の 種 類		—	—	鋼管＋H形鋼
	材 質		—	—	490材相当品
材	鋼 管	外 径	d	mm	500.0
		肉 厚	t	mm	14.0
	H形鋼	高 さ	H_y	mm	300
		辺 長	B_x	mm	300
設 計 条 件	移動層の厚さ		l_t	m	7.00
	杭 の 有 効 長		l_e	m	6.00
	必 要 抑 止 力		Pr	kN/m	200.0
	荷重の作用状態		—	—	三角形荷重
	荷重の作用位置		—	—	移動層
	杭 間 隔		D	m	2.0
	すべり面傾斜角度		θ_e	°	18.0
	杭にかかる初期軸力		N_f	kN	100.0
許容値	許容応力度	曲 げ	σ_{sa}	N/mm ²	279 (短期)
		せん断	τ_{sa}	N/mm ²	162 (短期)
不動層の変形係数			Es_r	kN/m ²	1030×10 ²

1. 設計条件

1.1 荷重に関する条件

荷重条件は以下の通りである。

杭の解析種別	曲げ抑え杭		
荷重の作用状態	三角形荷重		
必要抑止力	$Pr =$	200.0	(kN/m)
すべり面傾斜角度	$\theta_e =$	18.0	(°)
単位幅当たりの水平負担力	$Hu = Pr \cdot \cos(\theta_e)$		
	$=$	$200.0 \times \cos(18.0)$	
	$=$	190.2	(kN/m)
杭の間隔	$D =$	2.0	(m)
杭一本当たりの水平負担力	$H = Hu \cdot D$		
	$=$	190.2×2.0	
	$=$	380.4	(kN/本)
移動層の厚さ	$l_t =$	7.00	(m)
杭の有効長	$l_e =$	6.00	(m)
鉛直方向にかかる軸力	$Nf =$	100.0	(kN)

1.2 杭材に関する条件

1.2.1 設計強度

地すべりに使用する杭の鋼材の設計強度は、一般的に次のように述べられている。

一般に地すべり発生の誘因は降雨、融雪など一時的なものであり地すべりの安定度の低下も限られた期間内にとどまるので、この期間の地すべり応力を抑止し得れば地すべりの発生に至らないものと考えられ、また杭工などの抑止工は地下水排除工並びに地表水排除工など抑制工を併せて実施するのが原則であり、したがって斜面の安定度は排水効果等によって杭工施工当初よりも徐々に向上していくことが期待され、杭に対する地すべり力は軽減されていくので、原則として短期強度を用いて検討を行うものとする。

当地区の杭は、長期間の応力に対応しなければならない杭ではないと考え短期強度を用いて設計する。

杭の材質	490材相当品		
許容曲げ応力度（短期）	$\sigma_{sa} =$	279	(N/mm ²)
許容せん断応力度(短期)	$\tau_{sa} =$	162	(N/mm ²)

1.2.2 設計に用いる杭の諸元

設計に用いる鋼管とH形鋼の諸元は以下のとおりである。

<鋼管>

外	径	d	=	500.0	(mm)
肉	厚	t	=	14.0	(mm)
断	面	積	A_K	=	21380 (mm ²)
断面 2 次モーメント		I_K	=	6.3162×10 ⁸	(mm ⁴)
断	面	係	数	Z_K	= 2526000 (mm ³)

<H型鋼 (X方向)>

高	さ	H_y	=	300	(mm)
辺	長	B_x	=	300	(mm)
ウ	ェ	ブ	t_1	=	10.0 (mm)
フ	ラ	ン	ジ	t_2	= 15.0 (mm)
丸	み	半	径	r	= 13 (mm)
断	面	積	A_H	=	11840 (mm ²)
断面 2 次モーメント			I_H	=	2.02×10 ⁸ (mm ⁴)
断	面	係	数	Z_H	= 1350000 (mm ³)

ここで、合成杭としての諸元は以下のとおりである。

$$\begin{aligned}
 \text{断 面 積 } A &= A_K + A_H \\
 &= 21380 + 11840 \\
 &= 33220 \quad (\text{ mm}^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{断面 2 次モーメント } I &= I_K + I_H = 6.3162 \times 10^8 + 2.02 \times 10^8 \\
 &= 8.3362 \times 10^8 \quad (\text{ mm}^4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{断 面 係 数 } Z &= \frac{I}{b} \\
 &= \frac{8.3362 \times 10^8}{250.0} \\
 &= 3334480 \quad (\text{ mm}^3)
 \end{aligned}$$

ここで、 b = 外側杭の半径

$$\text{杭 の 弾 性 係 数 } E = 2.0 \times 10^5 \quad (\text{ N/mm}^2)$$

$$\begin{aligned}
 \text{杭 の 曲 げ 剛 性 } EI &= E \cdot I \\
 &= 2.0 \times 10^5 \times 8.3362 \times 10^8 \\
 &= 1.667 \times 10^{14} \quad (\text{ N} \cdot \text{mm}^2) \\
 &= 1.667 \times 10^5 \quad (\text{ kN} \cdot \text{m}^2)
 \end{aligned}$$

1.3 地盤に関する条件

<不動層>

$$\begin{aligned}
 \text{地盤の変形係数} \quad E_{Sr} &= Kh_r \cdot d \\
 &= 20.59 \times 10^4 \times 0.5000 \\
 &= 1030 \times 10^2 \quad (\text{kN/m}^2) \\
 d &: \text{杭の外径} \quad (\text{m})
 \end{aligned}$$

ここで、
横方向地盤反力係数(Kh_r)を道路橋示方書下部構造編の N 値による方法
で算出すると次のようになる。

横方向地盤反力係数

$$\begin{aligned}
 Kh_r &= 30^{24/29} \cdot (4 \cdot EI \times 10^6)^{-3/29} \cdot (d \times 10^{-1})^{-9/29} \cdot \left(\frac{28 \cdot N}{30} \right)^{32/29} \times 10^4 \\
 &= 30^{24/29} \times (4 \times 1.667 \times 10^5 \times 10^6)^{-3/29} \times (500.0 \times 10^{-1})^{-9/29} \\
 &\quad \times \left(\frac{28 \times 50}{30} \right)^{32/29} \times 10^4 \\
 &= 20.59 \times 10^4 \quad (\text{kN/m}^3)
 \end{aligned}$$

EI : 杭の曲げ剛性 $(\text{kN} \cdot \text{m}^2)$

d : 杭の外径 (mm)

N : 標準貫入試験における N 値

1.4 杭の特性値の算定

<不動層>

$$\begin{aligned}
 \beta_r &= \left(\frac{ESr}{4 \cdot EI} \right)^{1/4} \\
 &= \left(\frac{1030 \times 10^2}{4 \times 1.667 \times 10^5} \right)^{1/4} \\
 &= 0.6269 \quad (\text{ m}^{-1}) \\
 &= 0.0006269 \quad (\text{ mm}^{-1})
 \end{aligned}$$

1.5 杭形式の区分

設計における杭形式の区分は次によるのを原則とする。

杭形式 $\beta_e \cdot l_e$ または $\beta_r \cdot l_r$		0	1/2	1	2	3	4
シャフト ($1/2 \leq \beta l < 1$)							
杭	短い杭 (有限の杭) ($1 \leq \beta l < 3$)						
	長い杭 (無限の杭) ($3 \leq \beta l$)						

ここに、

l_e : シャフトあるいは杭の有効長

l_r : シャフトあるいは杭の根入長

β_e : シャフトあるいは杭の移動層での特性値

β_r : シャフトあるいは杭の不動層での特性値

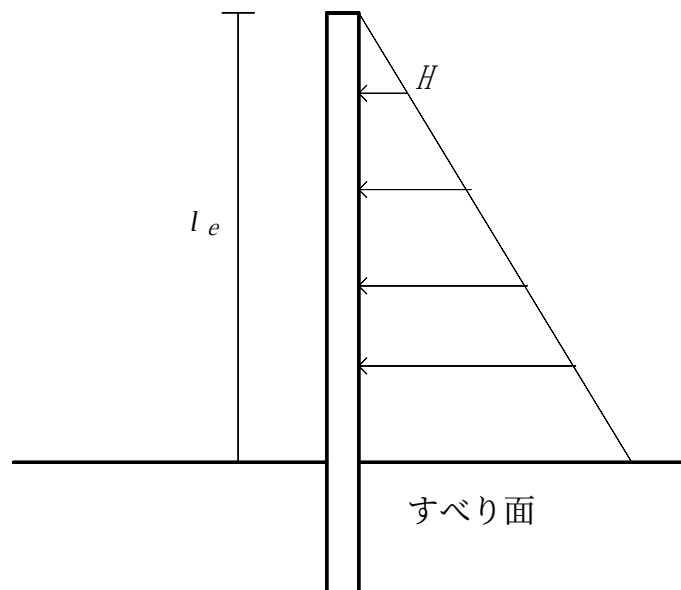
一般的に用いられている各杭の設計上の区分について規定したがこれらは必ずしも明確に区分されるものではないため、その境界値近傍の杭形式によっては他の杭形式の検討が必要となる場合がある。

地すべり防止対策杭の設計において長い杭とはすべり面より上、下それぞれで $\beta_e \cdot l_e$ または $\beta_r \cdot l_r \geq 3$ となるものをいう。

※ 「地すべり鋼管杭設計要領 P37」より引用加筆

2. 設計式

2.1 基本式



地盤の反力が杭のタワミに比例すると仮定したChangの式を用いる。

<移動層>

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{2 \cdot H}{l_e^2} \cdot x$$

<不動層>

$$EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4} + Es \cdot y = 0$$

ここで、

x : 任意の深さ (杭頭を0とする)

y : 深さ x における杭の変位

EI : 杭の曲げ剛性

Es : 地盤の変形係数

上記の微分方程式を解いて一般解を得る。一般式に境界条件を与えて、次節の特殊解を得る。

2.2 特殊解

杭の変位を y 、曲げモーメントを M 、せん断力を S とすると特殊解は次のようになる。

【 移動層(杭頭～すべり面) $[0 \leq x \leq 6000]$ 】

$$y_1(x) = C_1 + C_2 \cdot x + \frac{P_2}{120EI} \cdot x^5$$

$$M_1(x) = -\frac{P_2}{6 \cdot l_e} \cdot x^3$$

$$S_1(x) = -\frac{P_2 \cdot l_e}{2} \cdot x^2$$

【 不動層(すべり面～杭下端) $[6000 \leq x]$ 】

$$y_2(x) = e^{-\beta x} \cdot (C_5 \cdot \cos \beta x + C_6 \cdot \sin \beta x)$$

$$M_2(x) = -e^{-\beta x} \cdot \frac{E_s}{2 \cdot \beta_r^2} \cdot (C_5 \cdot \sin \beta x - C_6 \cdot \cos \beta x)$$

$$S_2(x) = -\frac{E_s}{2 \cdot \beta_r} \cdot e^{-\beta x} \cdot \left\{ C_5 \cdot (\cos \beta x - \sin \beta x) + C_6 \cdot (\cos \beta x + \sin \beta x) \right\}$$

ここで、

$C_1 \sim C_6$: 抑え杭に使用する係数

P_2 : すべり面における荷重強度 (N/mm²)

EI : 杭の曲げ剛性 (kN・m)

βx : $\beta_r \cdot (x - l_e)$

E_s : 地盤の変形係数 (kN/m)

2.3 係数の算出

すべり面における荷重強度 P_2 は、以下の通りである。

$$\begin{aligned}
 P_2 &= \frac{1}{l_e} \cdot 2 \cdot H \\
 &= \frac{1}{6000} \times 2 \times 380400 \\
 &= 126.80 \quad (\text{N/mm} \cdot \text{本})
 \end{aligned}$$

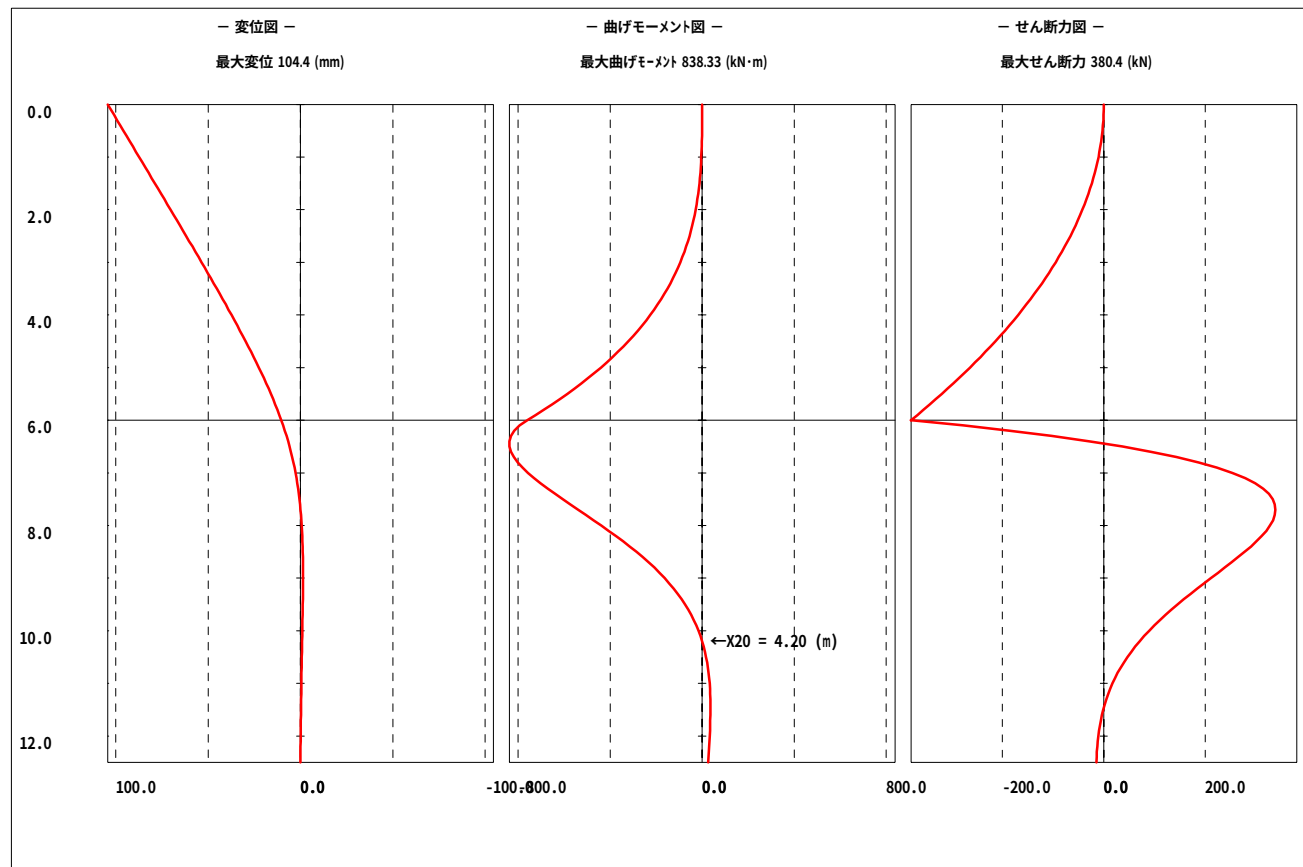
係数 C を求める。

$$\begin{aligned}
 C_6 &= -\frac{P_2 \cdot l_e^2}{12 \cdot EI \cdot \beta_r^2} \\
 &= -\frac{126.80 \times 6000^2}{12 \times 1.667 \times 10^{14} \times 0.0006269^2} \\
 &= -5.8064 \\
 C_5 &= -C_6 + \frac{P_2 \cdot l_e}{4 \cdot EI \cdot \beta_r^3} \\
 &= -5.8064 + \frac{126.80 \times 6000}{4 \times 1.667 \times 10^{14} \times 0.0006269^3} \\
 &= 1.0437 \times 10^1 \\
 C_2 &= \beta_r \cdot (C_6 - C_5) - \frac{P_2 \cdot l_e^3}{24 \cdot EI} \\
 &= 0.0006269 \times (-5.8064 - 1.0437 \times 10^1) - \frac{126.80 \times 6000^3}{24 \times 1.667 \times 10^{14}} \\
 &= -1.7029 \times 10^{-2} \\
 C_1 &= C_5 - l_e \cdot C_2 - \frac{P_2 \cdot l_e^4}{120 \cdot EI} \\
 &= 1.0437 \times 10^1 - 6000 \times -1.7029 \times 10^{-2} - \frac{126.80 \times 6000^4}{120 \times 1.667 \times 10^{14}} \\
 &= 1.044 \times 10^2
 \end{aligned}$$

3. 計算結果

3.1 変位ー曲げモーメントーせん断力図

前述の特殊解を用いて変位ー曲げモーメントーせん断力を計算した結果を以下の図に示す。



3.2 最大曲げモーメント

最大曲げモーメントは以下の位置で発生する。

【 不動層（すべり面～杭下端） [$6000 \leq x$] 】

$$\begin{aligned}
 X_M &= l_e + \frac{1}{\beta_r} \cdot \tan^{-1} \left(\frac{C_5 + C_6}{C_5 - C_6} \right) \\
 &= 6000 + \frac{1}{0.0006269} \times \tan^{-1} \left(\frac{1.0437 \times 10^1 + -5.8064}{1.0437 \times 10^1 - -5.8064} \right) \\
 &= 6443 \quad (\text{mm})
 \end{aligned}$$

したがって、最大曲げモーメントは以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 M_{max} &= \left| -e^{-\beta X} \cdot \frac{Es}{2 \cdot \beta_r^2} \cdot (C_5 \cdot \sin \beta X - C_6 \cdot \cos \beta X) \right| \\
 &= \left| -e^{-\beta X} \times \frac{1030 \times 10^{-1}}{2 \times 0.0006269^2} \times (1.0437 \times 10^1 \times \sin 0.27771 \right. \\
 &\quad \left. - -5.8064 \times \cos 0.277717) \right| \\
 &= 838.33 \times 10^6 \quad (\text{N} \cdot \text{mm}) \\
 &= 838.33 \quad (\text{kN} \cdot \text{m})
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 \beta X &= \beta_r \cdot (X_M - l_e) \\
 &= 0.0006269 \times (6443 - 6000) \\
 &= 0.277717
 \end{aligned}$$

3.3 最大せん断力

最大せん断力は以下の位置で発生する。

【 移動層（杭頭～すべり面）[$0 \leq x \leq 6000$] 】

$$\begin{aligned} X_S &= l_e \\ &= 6000 \quad (\text{ mm }) \end{aligned}$$

したがって、最大せん断力は以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} S_{max} &= \left| -\frac{P_2}{2 \cdot l_e} \cdot X_S^2 \right| \\ &= \left| -\frac{126.8}{2 \times 600} \times 6000^2 \right| \\ &= 380.4 \times 10^3 \quad (\text{ N }) \\ &= 380.4 \quad (\text{ kN }) \end{aligned}$$

4. 断面強度の照査

鋼管＋H形鋼 1 本に発生する曲げ応力度 σ_s を照査する。

$$\begin{aligned}\sigma_s &= \frac{M_{max}}{Z} + \frac{Nf}{A} = \frac{838.33 \times 10^6}{3334480} + \frac{100000}{33220} \\ &= 254.42 \quad (\text{N/mm}^2) \leq \sigma_{sa} = 279 \quad (\text{N/mm}^2) \dots\dots\dots \text{OK}\end{aligned}$$

鋼管＋H形鋼 1 本に発生するせん断応力度 τ_s を照査する。

$$\begin{aligned}\tau_s &= \frac{S_{max}}{A} = \frac{380.4 \times 10^3}{33220} \\ &= 11.45 \quad (\text{N/mm}^2) \leq \tau_{sa} = 162 \quad (\text{N/mm}^2) \dots\dots\dots \text{OK}\end{aligned}$$

上記より、当該杭は設計条件に対して安全である。

5. 変位

最大変位は以下の位置で発生する。

【 移動層（杭頭～すべり面） $[0 \leq x \leq 6000]$ 】

$$X_Y = 0 \quad (\text{ mm })$$

したがって、最大変位は以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} Y_{max} &= \left| C_1 + C_2 \cdot X_Y + \frac{P_2}{120 \cdot EI \cdot l_e} \cdot X_Y^5 \right| \\ &= \left| 1.044 \times 10^2 + -1.7029 \times 10^{-2} \times 0 + \frac{126.80}{120 \times 1.667 \times 10^{14} \times 600} \times 0^5 \right| \\ &= 104.4 \quad (\text{ mm }) \end{aligned}$$

6. 根入長

根入長はモーメント第一零点の 1.5 倍以上を確保する。

モーメント第一零点による根入長は以下の通りとする。

$$X_{20} = \frac{1}{\beta_r} \cdot \left(n \cdot \pi + \tan^{-1} \left(\frac{C_6}{C_5} \right) \right)$$

$$= \frac{1}{0.0006269} \times \left(1 \times \pi + \tan^{-1} \left(\frac{-5.8064}{1.0437 \times 10^1} \right) \right)$$

$$= 4.20 \times 10^3 \text{ (mm)}$$

$$\beta_r = 0.0006269 \text{ (mm}^{-1} \text{)}$$

$$C_5 = 1.0437 \times 10^1$$

$$C_6 = -5.8064$$

n : すべり面以下で曲げモーメントが0になる正整数

したがって、必要根入長は次の通りである。

$$l_r' \geq X_{20} \cdot 1.5 = 4.20 \times 10^3 \times 1.5$$

$$= 6.30 \times 10^3 \text{ (mm)} = 6.30 \text{ (m)}$$

ここで、施工性を考慮し根入部を 0.5 m 単位で丸め 6.50 m とする。
したがって、杭全長は $6.00 + 6.50 = 12.50 \text{ m}$ となる。

7. 杭形式の照査

前述した杭形式の区分について照査する。

$\beta_r =$
 $=$
 $l_r =$

0.0006269
0.6269
6.50

(mm⁻¹)
(m⁻¹)
(m)

$\beta_r \cdot l_r =$

0.6269 × 6.50 =

4.0749

したがって、
この杭は下図より 無限の杭として区分できる。

杭形式 $\beta_e \cdot l_e$ または $\beta_r \cdot l_r$		0	1/2	1	2	3	4
シャフト ($1/2 \leq \beta l < 1$)							
杭	短い杭 (有限の杭) ($1 \leq \beta l < 3$)						
	長い杭 (無限の杭) ($3 \leq \beta l$)						

ここに、

l_e : シャフトあるいは杭の有効長

l_r : シャフトあるいは杭の根入長

β_e : シャフトあるいは杭の移動層での特性値

β_r : シャフトあるいは杭の不動層での特性値

8. まとめ

以上を表でまとめると、次のようになる。

計 算 条 件		杭頭：x=0			
項 目		記 号	単 位	数 値	
杭材	鋼 材 の 種 類		—	—	鋼管＋H形鋼
	材 質		—	—	490材相当品
	鋼 管	外 径	d	mm	500.0
		肉 厚	t	mm	14.0
	H形鋼	高 さ	H_y	mm	300
		辺 長	B_x	mm	300
設計条件	移動層の厚さ		l_t	m	7.00
	杭 の 有 効 長		l_e	m	6.00
	必 要 抑 止 力		Pr	kN/m	200.0
	荷重の作用状態		—	—	三角形荷重
	荷重の作用位置		—	—	移動層
	杭 間 隔		D	m	2.0
	すべり面傾斜角度		θ_e	°	18.0
	杭にかかる初期軸力		Nf	kN	100.0
許容値	許容応力度	曲 げ	σ_{sa}	N/mm ²	279 (短期)
		せん断	τ_{sa}	N/mm ²	162 (短期)
不動層の変形係数		ES_r	kN/m ²	1030×10 ²	

計 算 結 果		杭頭：x=0		
項 目		記 号	単 位	数 値
発生応力	最大曲げモーメント	M_{max}	kN・m	838.33
	発生位置	X_M	m	6.44
	最大せん断力	S_{max}	kN	380.4
	発生位置	X_S	m	6.00
	最大変位	Y_{max}	mm	104.4
	発生位置	X_Y	m	0.00
応力度	曲げ応力度	σ_s	N/mm ²	254.42
	せん断応力度	τ_s	N/mm ²	11.45
	曲げ応力度照査	——	N/mm ²	254.42 ≤ 279 ……OK
	せん断応力度照査	——	N/mm ²	11.45 ≤ 162 ……OK
その他	必要根入長	$l_{r'}$	m	6.30
	根入長	l_r	m	6.50
	杭長	l_p	m	12.50

建設省仕様